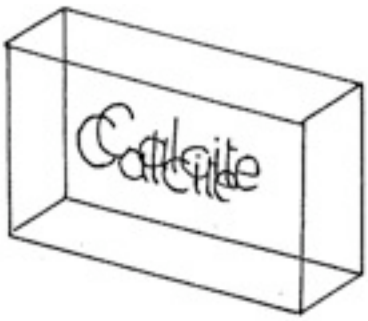
La double réfraction et l'ellipsoïde des indices

Extrait de «Théorie et emploi du microscope polarisant»

*Un milieu homogène est dit **anisotrope** lorsque certaines de ses propriétés vectorielles, la vitesse de la lumière par exemple, varient suivant la direction dans laquelle on la considère. Toutes les substances cristallines sont anisotropes à l'exception de celles qui appartiennent au système cubique.*

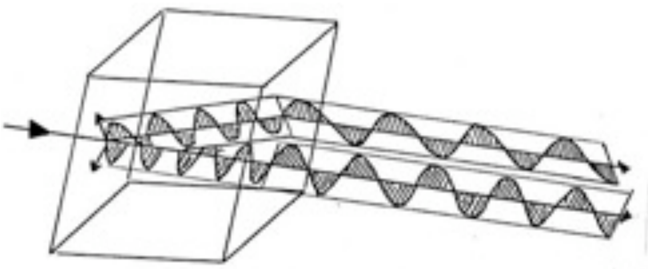
*Dans un milieu **isotrope** la surface d'onde, c'est à dire le lieu des points atteints par l'ensemble des ondes issues d'uns source ponctuelle, est une sphère. Dans les corps cristallins anisotropes, la surface d'onde est non seulement complexe, mais elle est également double. Elle est constituée de deux surfaces emboîtées l'une dans l'autre. Elles peuvent être des ellipsoïdes, des sphères voire des surfaces plus complexes.*

En effet, lorsqu'on observe le comportement des rayons lumineux dans les substances cristallines, on constate qu'il y a généralement deux rayons réfractés. La calcite est l'un des minéraux qui se prêtent le mieux à une telle observation. Prenons un rhomboèdre de calcite parfaitement transparent (spath d'Islande). Observons une image à travers ce cristal : elle apparaît dédoublée. En observant attentivement on remarque qu'elles ne semblent pas situées dans un même plan et en faisant tourner la calcite sur elle-même, une image reste fixe tandis que l'autre semble tourner autour de la première.



Double réfraction de la calcite

Intercalons entre le rhomboèdre et l'oeil un disque Polaroïd et faisons le tourner sur lui-même. On observe alors que pour une certaine position du disque une des images disparaît. En tournant encore le disque de 90°, l'image réapparaît et c'est l'autre qui disparaît à son tour. Examinons plus en détail le cheminement d'un rayon lumineux à travers la calcite :



Cheminement des rayons lumineux dans un rhomboèdre de calcite

Le rayon lumineux entre dans la calcite sous une incidence normale. Il ses divise en deux rayons :

-*un rayon ordinaire O qui obéit aux lois ordinaires de l'optique géométrique,*

-*un rayon extraordinaire E qui échappe complètement à ces mêmes lois en divergeant légèrement de la direction du rayon incident. De plus, ces deux rayons sont polarisés. Le plan de polarisation du rayon O passe par la grande diagonale de la face d'entrée alors que celui du rayon E est tourné de 90° par rapport au premier.*

A la sortie du cristal, les deux rayons redeviennent parallèles tout en restant polarisés dans des plans perpendiculaires l'un à l'autre.

Notons encore qu'à l'intérieur du cristal, les deux rayons cheminent avec des vitesses un peu différentes l'une de l'autre. Ils obéissent donc à deux indices de réfraction différents.

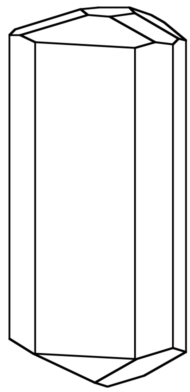
Cette propriété que montrent la plupart des minéraux de présenter deux indices de réfraction porte le nom de double réfraction. La différence entre l'indice minimum et l'indice maximum est la biréfringence.

On comprend maintenant que l'ensemble des rayons ordinaires détermine une première surface d'onde qui diffère d'une seconde, celle engendrée par l'ensemble des rayons extraordinaires.

Polariseurs basés sur le principe de la double réfraction

Les substances cristallines anisotropes polarisent donc naturellement la lumière. Mais, comme elles produisent deux rayons polarisés, il faut donc trouver un système qui élimine l'un d'entre eux.

Certains minéraux ont la propriété d'absorber fortement un des rayon et d'être parfaitement transparents pour l'autre. Ainsi, la tourmaline absorbe fortement tous les rayons, exceptés ceux qui sont perpendiculaires à l'axe du prisme et dont le plan de polarisation contient l'axe de ce prisme.



Prisme de tourmaline

Une autre substance synthétique, l'hérapatite (un iodo-sulfate de cinchonidine), réalise l'élimination d'un des rayons avec un rendement très supérieur à celui de la tourmaline. Les disques dits "Polaroïd" sont confectionnés en faisant déposer sur un film de matière plastique des cristaux microscopiques d'hérapatite, tous orientés parallèlement les uns aux autres.

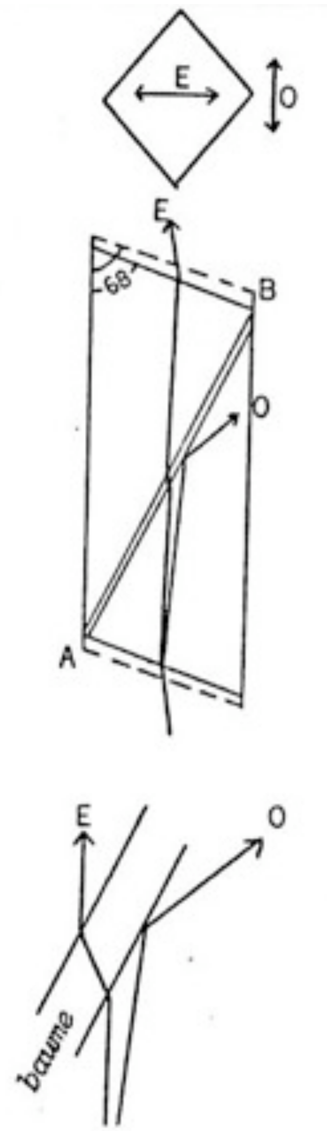
Un autre dispositif classique de polarisation est le prisme dit de Nicol[1]. Son principe est basé sur l'élimination du rayon ordinaire par réflexion totale.

Il consiste en un prisme de calcite parfaitement limpide, scié en deux parties selon une orientation bien précise (68°), puis ces deux parties sont recollées avec du baume de Canada dont l'indice de réfraction est 1.538.

Avec ce dispositif, le rayon incident se divises en deux rayons réfractés O et E, obéissant, le premier à l'indice 1.658, le second à l'indice 1.516.Le rayons ordinaire O arrivant sur la surface de séparation avec le baume est réfléchi totalement car il arrive avec un indice inférieur à celui du baume et en dehors de l'angle critique. Il est donc totalement éliminé.

Le rayon extraordinaire E, qui obéit à un indice inférieur à celui du baume, est réfracté à travers la surface de collage. A la sortie du prisme de Nicol ne subsistera alors qu'un seul rayon polarisé, le rayon E.

Les prismes de Nicol sont d'une qualité supérieure aux filtres Polaroïd, mais le coût de fabrication très élevé font qu'on ne les utilise pratiquement plus. Dans les microscopes actuels on utilise des filtres Polaroïd.



Principe du polariseur de William Nicol.

1 William Nicol, physicien britannique (1768-1851).

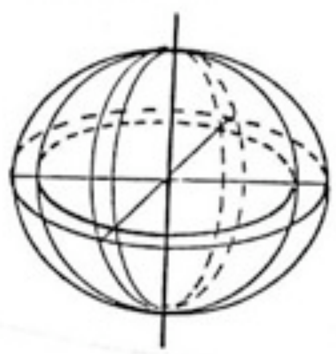
4. L'ellipsoïde des indices

Les surfaces d'onde

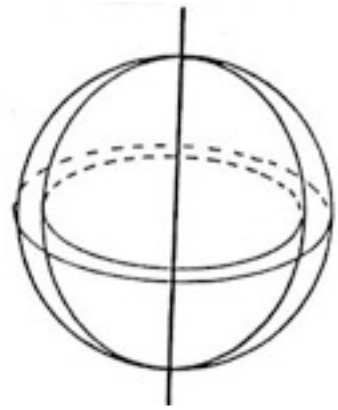
Dans l'exemple de la calcite, chacun des rayons réfractés obéit à un indice de réfraction différent. Si on examine le phénomène plus attentivement, en taillant des lames de calcite dans des orientations différentes, on constate que le rayon ordinaire O obéit toujours à l'indice 1.658, quelque soit son orientation, alors que le rayons extraordinaire E présente des indices variables compris entre deux valeurs extrêmes 1.486 et 1.658.

On peut construire les surfaces d'onde de chacun des deux rayons :

- celle du rayon ordinaire O est une sphère dont le rayon est inversement proportionnel[2] à l'indice 1.658.
- Celle du rayon extraordinaire E est un ellipsoïde de révolution aplati dont le grand axe est inversement proportionnel à 1.486 et le petit axe inversement proportionnel à l'indice 1.658. Dans le cas présent, la sphère est inscrite dans l'ellipsoïde et tangente à ce dernier au contact de l'axe de révolution.
- L'axe de révolution est appelé aussi axe optique. Il possède une propriété particulière : tout rayon qui chemine le long de l'axe ne subit pas de double réfraction et il n'est pas polarisé. Il se comporte comme s'il traversait un milieu isotrope.



Surfaces d'onde pour un cristal de calcite



Surfaces d'onde pour un cristal de quartz

Pour d'autres minéraux, le quartz par exemple, l'ellipsoïde est inscrit dans la sphère. Les minéraux appartenant aux systèmes quadratique, rhomboédrique ou hexagonal, c'est à dire ceux qui possèdent un axe de

2 Rappelons que la surface d'onde est construite à partir du vecteur de la vitesse qui, est proportionnelle à 1/n.

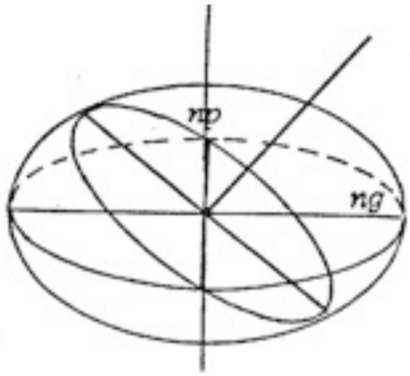
symétrie principal, montrent des propriétés optiques identiques à celles de la calcite ou du quartz. Ils possèdent tous un axe optique. Aussi, sur le plan de l'optique, les qualifie-t-on de cristaux uniaxes.

Les minéraux orthorhombiques, mono- et tricliniques obéissent à des lois plus compliquées. Leurs surfaces d'onde sont extrêmement complexes. Aussi devons nous aborder leur étude avec une toute autre approche.

Les minéraux cubiques ne polarisent pas la lumière. Leurs propriétés optiques sont celles des substances isotropes. Leur unique surface d'onde est une sphère.

L'ellipsoïde des indices

Au lieu de construire des surfaces d'onde engendrées par les vecteurs de vitesse de la lumière, construisons un ellipsoïde de révolution dont l'axe est proportionnel à 1,486 et le diamètre de la section cyclique proportionnel à 1.658. On peut démontrer que cet ellipsoïde possède les propriétés suivantes :



- un rayon lumineux qui entre dans le cristal se décompose en deux vibrations polarisées. Le plan de polarisation de chacune d'elles passe respectivement par le grand et le petit axe de l'ellipse découpée dans l'ellipsoïde par le plan normal au rayon incident.
- L'indice auquel obéit chaque rayon est proportionnel à la demi longueur de l'axe de l'ellipse dans son plan de polarisation.
- L'axe de révolution de l'ellipsoïde coïncide avec l'axe optique.

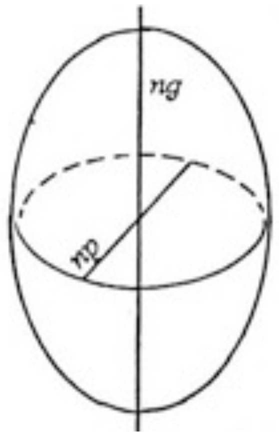
Si on imagine un rayon lumineux qui chemine le long de l'axe optique, on constate que la surface normale à ce rayon découpe dans l'ellipsoïde une section cyclique qui ne possède ni grand axe ni petit axe. Le long de cet axe, l'indice de réfraction est unique et la lumière n'est pas polarisée.

Cet ellipsoïde de révolution, construit à partir des valeurs des indices de réfraction, porte le nom d'ellipsoïde des indices.

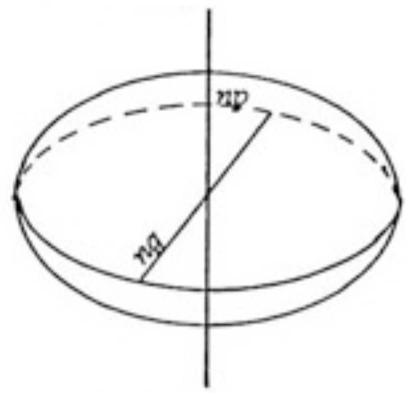
Uniaxe ou biaxe

Dans le cas particulier de la calcite, on obtient un ellipsoïde aplati dont l'axe de révolution est proportionnel au plus petit des indices (n_p) et le diamètre de la section cyclique est proportionnel au plus grand des indices (n_g).

Si on applique cette construction au quartz, on obtient un ellipsoïde allongé dont l'axe de révolution est proportionnel au plus grand des indices (n_g) et le diamètre de la section cyclique est proportionnel au plus petit des indices (n_p).



Uniaxe positif
(cas de la calcite)



Uniaxe négatif
(cas du quartz)

Par convention on donne le nom d'uniaxe positif à l'ellipsoïde allongé et uniaxe négatif à celui qui est aplati.

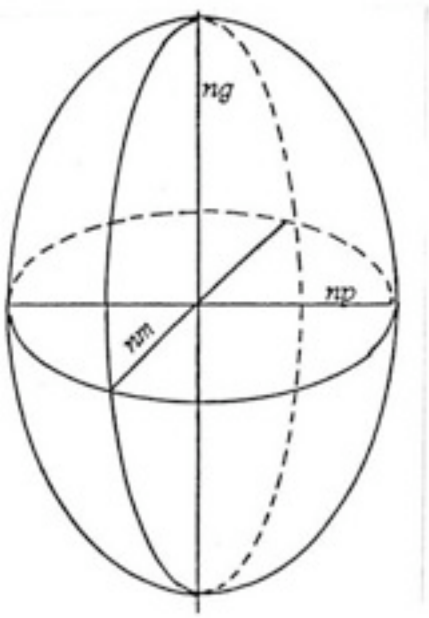
Du point de vue mathématique, les ellipsoïdes sont des surfaces dites «quadratiques» qui obéissent à l'équation suivante :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

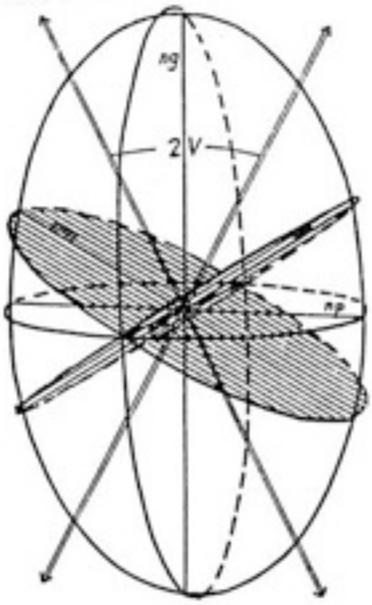
Où a, b et c prennent les valeurs de n_g, n_m et n_p.

Les propriétés optiques des minéraux orthorhombiques, mono- et tricliniques sont régies par un ellipsoïde un peu plus compliqué et qui possède deux axes optiques. Pour cette particularité on parle d'ellipsoïde biaxe.

Dans le cas des minéraux uniaxes, le rayon lumineux qui chemine le long de l'axe obéit à l'indice n_p ou n_g selon que l'ellipsoïde est positif ou négatif. Dans le cas des minéraux dits biaxes, le rayon lumineux qui chemine le long d'un des axes optiques obéit à un indice intermédiaire qu'on appelle n_m. Cet ellipsoïde est construit sur trois axes orthogonaux respectivement proportionnels à n_g, n_p et n_m.

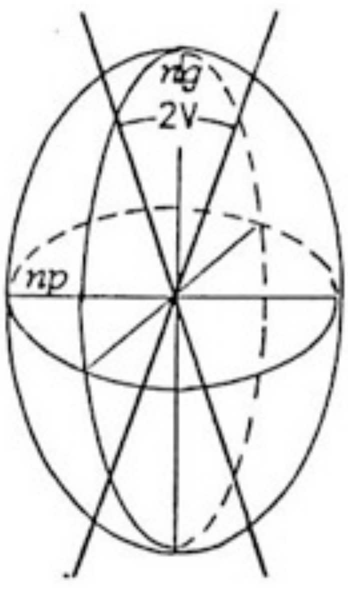


Ellipsoïde construit à partir des indices n_g, n_p et n_m.

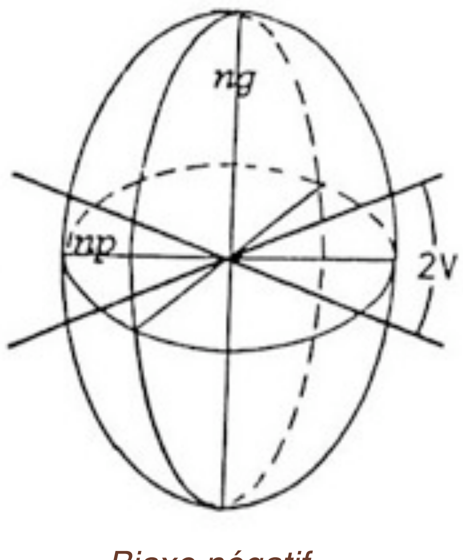


Ellipsoïde avec ses deux axes et ses deux sections cycliques

On peut démontrer mathématiquement qu'un tel ellipsoïde possède deux sections cycliques dont les perpendiculaires constituent les deux axes optiques A et B. L'angle entre les axes optiques est appelé angle 2 V. Cet angle varie d'une espèce minérale à l'autre. On remarque encore que les axes optiques sont contenus dans le plan défini par n_g et n_p. Comme pour les uniaxes, on distingue un ellipsoïde biaxe positif, caractérisé par le fait que n_g constitue la bissectrice aiguë de l'angle 2V. Par opposition, nous avons l'ellipsoïde biaxe négatif lorsque c'est n_p qui est la bissectrice aiguë de l'angle 2V.



Biaxe positif

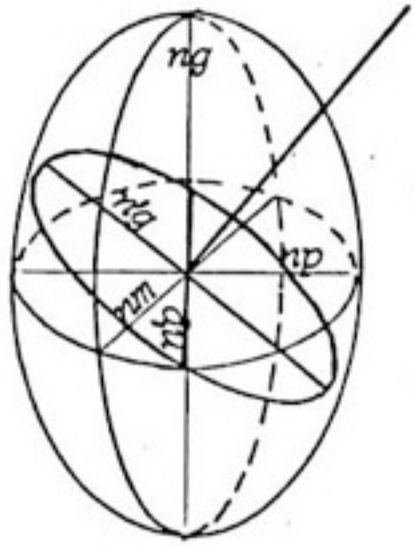


Biaxe négatif

Examinons à nouveau les dessin de la pages précédentes et appliquons ce que nous savons maintenant des ellipsoïdes des indices. On constate :

- *un rayon lumineux qui entre dans le cristal en suivant la direction de n_g se divise en deux vibrations polarisées d'indices n_p et n_m;*
- *un rayon lumineux qui entre dans le cristal en suivant la direction de n_p se divise en deux vibrations polarisées d'indices n_g et n_m;*
- *un rayon lumineux qui entre dans le cristal en suivant la direction de n_m se divise en deux vibrations polarisées d'indices n_p et n_g.*

Que se passe-t-il pour un rayon lumineux entrant dans le cristal avec une orientation quelconque ?



Examinons le dessin ci-contre. La section normale au rayon lumineux découpe dans l'ellipsoïde une ellipse dont le grand axe a une valeur intermédiaire entre n_m et n_g et qu'on appelle n'_g.

Le petit axe a une valeur intermédiaire entre n_p et n_m qu'on appelle n'_p.

Il existe une relation mathématique entre l'angle 2V et les indices n_g, n_p et n_m. Elle vaut :

$$\tan^2 V = \frac{ng^2(nm^2 - np^2)}{np^2(ng^2 - nm^2)}$$

Nous verrons plus loin comment on peut simplifier cette équation.

L'ellipsoïde biaxe est le cas général de tous les minéraux. On peut assimiler les ellipsoïdes uniaxes à des ellipsoïdes biaxes dans lesquels n_m aurait la même valeur que n_g (uniaxe négatif) ou que n_p (uniaxe positif). On peut même considérer les minéraux cubiques comme un cas particulier où n_g , n_p et n_m aurait la même valeur. L'ellipsoïde se réduit alors à une sphère.

Commentaires au chapitre N° 4

Les ellipsoïdes n'existent pas réellement, bien entendu. C'est un modèle, une vue de l'esprit destinée à concrétiser ce qui se passe. Nous devons donc imaginer qu'il existe dans chaque minéral un ellipsoïde des indices, uniaxe ou biaxe, positif ou négatif. Par rapport aux éléments de symétrie du minéral, l'ellipsoïde n'est pas orienté n'importe comment. Par exemple l'axe optique des uniaxes coïncide avec l'axe de symétrie principal. Pour les biaxes, les directions n_g , n_p et n_m correspondent à des éléments de symétrie du minéral.

Dans une roche, les minéraux sont généralement orientés d'une manière quelconque. Lorsqu'on taille une lame mince dans une roche, on découpe du même coup les ellipsoïdes de tous les minéraux présents. Dans la coupe mince chaque minéral a été taillé en une lame à faces parallèles. On peut donc dessiner par l'imagination toutes les ellipses découpées dans les ellipsoïdes des minéraux présents.

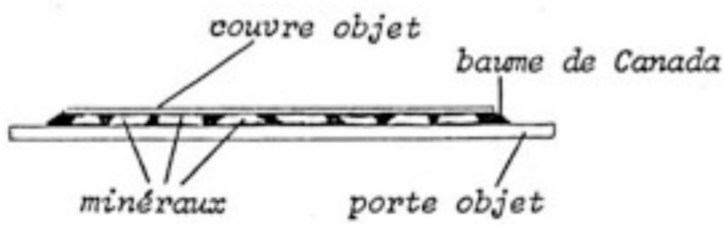
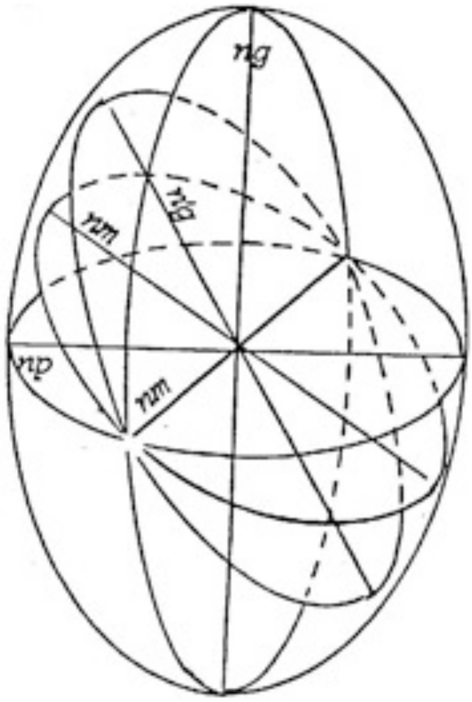


Schéma d'une coupe mince d'une roche (épaisseur = 0.03 mm)

Sections découpées dans les ellipsoïdes des indices de chaque

Les rayons lumineux issus de l'illuminateur d'un microscope traversent la coupe mince avec une incidence normale. A l'intérieur de chaque minéral ils se divisent en deux vibrations polarisées. Les plans de polarisation passent par les traces des axes de chaque ellipse que nous avons mentalement dessinées sur chaque section de cristal. Les indices de réfraction auxquels ces rayons obéissent sont proportionnels aux axes n'_g et n'_p.

On peut essayer de comprendre intuitivement qu'il existe vraiment deux sections cycliques dans un ellipsoïde biaxe.



Considérons le dessin ci-contre et imaginons une section orientable pouvant pivoter autour de n_m.

Nous avons d'une part la section horizontale d'indices n_m et n_p, et, d'autre part, la section verticale d'indices n_m et n_g. Si nous considérons toutes les sections intermédiaires, on remarque qu'elles ont toutes un indice n_m (puisque c'est l'axe de pivotement) alors que l'autre indice passe progressivement et d'une manière continue de n_p à n_g. Il est facile d'imaginer alors que pour une certaine position cet indice sera aussi égal à n_m. Nous avons donc une ellipse dont les deux axes sont égaux : c'est un cercle !